



Konkurs Matematyczny
dla gimnazjalistów województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2018/2019

Etap wojewódzki

Drogi Uczniu!

Gratulujemy osiągniętych wyników w etapie rejonowym.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **Wpisz i zakoduj swój kod na karcie odpowiedzi**, zgodnie z poleceniem komisji konkursowej.
2. Masz do rozwiązania 13 zadań. Punktacja za każde z zadań podana jest przy jego numerze. Odpowiedzi na zadania udzielaj wyłącznie w **karcie odpowiedzi w miejscach na to przeznaczonych**.
3. Zadania 1 – 5 to zadania zamknięte. Każde zawiera 4 odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Znajdź ją i zaznacz krzyżykiem.
4. W przypadku pomyłki błędą odpowiedź obwiedź kółkiem i zaznacz nową, poprawną. Jeżeli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna z nich nie będzie uznana.
5. Zadania 6 - 13 to zadania otwarte. Odpowiedzi na te zadania udzielaj wyłącznie w karcie odpowiedzi.
6. Za rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie **36** punktów.
7. **Nie wolno Ci używać KALKULATORA.**
8. Odpowiedzi udzielaj czarnym długopisem; nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
9. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
10. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi.
11. Zapisy sporządzone w arkuszu testowym nie podlegają ocenie.
12. Czas rozwiązywania zadań: **120 minut**.
13. Po zakończeniu pracy możesz zatrzymać arkusz testowy.

Powodzenia!

ZADANIA ZAMKNIĘTE:

Zadanie 1 (1 punkt)

W sześcianie połączono odcinkami kilka wierzchołków tak, że powstał czworościan foremny. Jaką część objętości sześcianu stanowi objętość czworościanu?

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 2 (1 punkt)

Funkcja $f(x) = ax + b$ dla ujemnych argumentów przyjmuje wartości ujemne, a dla dodatnich argumentów wartości dodatnie. Wynika stąd, że

- A. $a < 0$
B. funkcja f nie ma miejsc zerowych
C. $f(0) = 0$
D. punkt $(-2, 3)$ należy do wykresu tej funkcji

Zadanie 3 (1 punkt)

Ile różnych wartości przyjmuje wyrażenie $\frac{|a|}{a} - \frac{b}{|b|}$ dla niezerowych liczb rzeczywistych a, b ?

- A. 4 B. 3 C. 2 D. nieskończenie wiele

Zadanie 4 (1 punkt)

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość c , a suma długości jego przyprostokątnych jest równa d . Pole tego trójkąta jest równe

- A. $d^2 - c^2$ B. $\frac{1}{2}(d^2 - c^2)$ C. $\frac{1}{2}dc$ D. $\frac{1}{4}(d^2 - c^2)$

Zadanie 5 (1 punkt)

Długość boku rombu wynosi x , zaś miara jednego z jego kątów wynosi 60° . Walec o wysokości $3x$ ma w podstawie okrąg wpisany w ten romb. Wobec tego objętość walca wynosi

- A. $\frac{x^3}{\sqrt{3}}$ B. $\frac{9\pi x^3}{4}$ C. $x^3 3\sqrt{3}$ D. $\frac{9\pi x^3}{16}$

ZADANIA OTWARTE:

Zadanie 6 (3 punkty)

Oblicz: $2000001^2 - 1999999^2$

Zadanie 7 (3 punkty)

Uzasadnij, wykonując odpowiednie obliczenia, że liczba

$2017^{2018} + 4 \cdot 2017^{2017} + 4 \cdot 2017^{2016}$ dzieli się przez 2019.

Zadanie 8 (5 punktów)

Metalową kulę o objętości V przetopiono na dwie kule o jednakowej objętości. Oblicz sumę pól powierzchni dwóch kul po przetopieniu.

Zadanie 9 (5 punktów)

Znajdź wszystkie naturalne dodatnie rozwiązania równania:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = 1$$

Zadanie 10 (4 punkty)

Funkcja liniowa f spełnia warunki: $f(1) + f(2) + f(3) = 15$ oraz $f(4) + f(5) + f(6) = 42$.

Oblicz $f(7) + f(8) + f(9)$.

Zadanie 11 (4 punkty)

Reszta z dzielenia liczby naturalnej a przez 5 jest równa 2, zaś z dzielenia liczby naturalnej b przez 5 jest równa 3. Wyznacz resztę z dzielenia iloczynu liczb a i b przez 5?

Zadanie 12 (4 punkty)

Dwa trójkąty równoboczne mają wspólny punkt przecięcia wszystkich wysokości i ich boki są równoległe. Pole jednego jest dwa razy większe od pola drugiego, a bok mniejszego ma długość 1. Jaka jest odległość między równoległymi bokami?

Zadanie 13 (3 punkty)

Właściciel domu dokonał trzech usprawnień, które obniżyły wydatki na jego ogrzewanie kolejno: o 20%, o 25% i o 55%. O ile procent łącznie zmniejszyły się jego wydatki na ogrzewanie domu? Zapisz odpowiednie obliczenia.