

Konkurs Matematyczny
dla uczniów szkół podstawowych województwa zachodniopomorskiego
w roku szkolnym 2023/2024

Etap wojewódzki

Drogi Uczniu!

Gratulujemy osiągniętych wyników w etapie rejonowym.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania testu prosimy, żebyś zapoznał się z poniższymi wskazówkami:

1. **Wpisz swój kod na karcie odpowiedzi**, zgodnie z poleceniem komisji konkursowej.
2. Masz do rozwiązania 18 zadań. Punktacja za każde z zadań podana jest przy jego numerze. Odpowiedzi na zadania udzielaj wyłącznie na **karcie odpowiedzi w miejscach na to przeznaczonych**.
3. Zadania 1 – 10 to zadania zamknięte. Każde zawiera 4 odpowiedzi, z których tylko jedna jest poprawna. Znajdź ją i zaznacz krzyżykiem.
4. W przypadku pomyłki błędną odpowiedź obwiedź kółkiem i zaznacz nową, poprawną. Jeżeli zaznaczysz więcej niż jedną odpowiedź bez wskazania, która jest prawidłowa, to żadna z nich nie będzie uznana.
5. Zadania 11 - 18 to zadania otwarte. Odpowiedzi na te zadania udzielaj wyłącznie na **karcie odpowiedzi**. Arkusza testowy nie podlega sprawdzeniu.
6. Za rozwiązanie wszystkich zadań możesz otrzymać łącznie **36** punktów.
7. **Nie wolno Ci używać KALKULATORA.**
8. Odpowiedzi udzielaj czarnym długopisem; nie używaj ołówka, gumki ani korektora.
9. Uważnie czytaj wszystkie polecenia.
10. Po zakończeniu pracy sprawdź, czy udzieliłeś wszystkich odpowiedzi.
11. Czas rozwiązywania zadań: **120 minut**.

Powodzenia!

ZADANIA ZAMKNIĘTE:

Zadanie 1 (1 punkt)

Iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych podzielnych przez 3 po uproszczeniu można zapisać jako:

- A. $(n + 3)(n + 4)(n + 5)$ B. $(n + 3)(n + 6)(n + 9)$ C. $3n(3n + 1)(3n + 2)$ D. $27n(n + 1)(n + 2)$

Zadanie 2 (1 punkt)

Ile cyfr w zapisie dziesiętnym ma liczba: $4^5 \cdot 5^{13}$

- A. 12 B. 13 C. 16 D. 17

Zadanie 3 (1 punkt)

Wartość wyrażenia $|-4x - 1| - |10 - 2x|$ dla $x \in \left(-\frac{1}{4}, 5\right)$ wynosi

- A. $6x - 9$ B. $2x - 9$ C. $-2x - 11$ D. $2x + 11$

Zadanie 4 (1 punkt)

Jaka jest skala podobieństwa kwadratu, którego bok ma długość równą połowie przekątnej kwadratu ABCD do kwadratu ABCD:

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 2

Zadanie 5 (1 punkt)

Punkty $X = (2, 1)$ i $Y = (-2, -2)$ są wierzchołkami pewnego kwadratu.

- I. Jeden z wierzchołków kwadratu może mieć współrzędne $(2, -2)$.
- II. Obwód kwadratu może wynosić 20 jednostek
- III. Pole kwadratu może wynosić 12,5 jednostek kwadratowych.

Które z podanych stwierdzeń są prawdziwe?

- A. wszystkie B. tylko II C. tylko III D. tylko II i III

Zadanie 6 (1 punkt)

W trakcie ulewy spadło 28 litrów wody na metr kwadratowy. Wysokość słupa wody w naczyniu sześciennym o krawędzi 80 cm (pustym przed ulewą) wynosiła po ulewie:

- A. 28 mm B. 35 dm C. 35 cm D. 7 cm

Zadanie 7 (1 punkt)

Dla pewnej liczby naturalnej n zachodzi równość:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$$

Jaką liczbą jest n ?

- A. 13 B. 14 C. 15 D. 16

Zadanie 8 (1 punkt)

W sześciennie połączono odcinkami kilka wierzchołków tak, że powstał czworościan foremny. Jaką część objętości sześcienu stanowi objętość czworościanu?

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Zadanie 9 (1 punkt)

Kod dostępu do komputera Bartka złożony jest z trzech kolejnych wykładników potęg liczby 4 ułożonych w kolejności od najmniejszej do największej. Suma tych potęg wynosi 5376. Kod dostępu jest równy:

- A. 234 B. 345 C. 456 D. 567

Zadanie 10 (1 punkt)

Liczba $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ jest równa:

- A. 1 B. 4^{1000} C. $\frac{5^{2000}-1}{4}$ D. $\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^{2000}$

ZADANIA OTWARTE:**Zadanie 11 (3 punkty)**

Zosia od poniedziałku do niedzieli rozwiązywała średnio 12 zadań dziennie. Od poniedziałku do piątku rozwiązywała średnio 7 zadań na dzień. Ile zadań rozwiązała Zosia w sobotę, jeżeli wiadomo że w niedzielę rozwiązała o 5 zadań mniej niż w sobotę.

Zadanie 12 (3 punkty)

Wyznacz cyfrę jedności liczby, która jest wartością wyrażenia $7^{2023} + 7^{2024}$.

Zadanie 13 (4 punkty)

Średnicą koła jest podstawa trójkąta równobocznego o boku długości a . Oblicz pole części wspólnej koła i trójkąta.

Zadanie 14 (3 punkty)

Liczby $a, b, c > 0$ spełniają układ równań:

$$\begin{cases} \frac{c}{a+b} = 2 \\ \frac{c}{b-a} = 3 \end{cases}$$

Uporządkuj rosnąco liczby a, b, c

Zadanie 15 (3 punkty)

Długopis kosztuje o 60% mniej niż piórnik. Piórnik kosztuje o 60% mniej niż plecak. O ile procent plecak jest droższy od długopisu?

Zadanie 16 (3 punkty)

Znajdź liczbę dwucyfrową, która jest równa potrojonemu iloczynowi swoich cyfr.

Zadanie 17 (4 punkty)

Państwo Nowakowie polecili na wycieczkę samolotem. Ich łączny bagaż ważył aż 94 kg. Pan Nowak za nadbagaż zapłacił 15 złotych, a jego żona 20 złotych. Gdyby pan Nowak podróżował sam z bagażem obojga, zapłaciliby za nadbagaż 135 złotych. Ile kilogramów bagażu może bezpłatnie wziąć ze sobą pasażer? Ile musi zapłacić za 1 kg nadbagażu? Rozwiąż zadanie metodą algebraiczną.

Zadanie 18 (3 punkty)

K_1 jest kwadratem o boku długości a , K_2 jest kwadratem, którego każdy wierzchołek leży na innym boku kwadratu K_1 i dzieli ten bok w stosunku 1 : 3. Wykaż, że suma długości obwodów tych kwadratów jest większa od $7a$.